

# Ecoulement laminaire et transfert de chaleur pour un fluide pseudo-plastique dans la zone d'entrée d'un tube

V. SCIROCCO,\* R. DEVIENNE† et M. LEBOUCHÉ‡

Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, CNRS ERA No 893, 24 rue Lionnois, B.P. 3137, 54013 Nancy Cedex, France

(Reçu le 13 Février 1984 et sous forme révisée le 19 Avril 1984)

**Résumé**—On étudie l'incidence d'un champ thermique imposé, pour un écoulement laminaire de fluide pseudo-plastique, sur la distribution des vitesses dans ce fluide. On tient compte de l'importance des variations des propriétés rhéologiques du fluide avec la température, que ce soit pour la détermination numérique approchée du profil réduit de vitesse, ou pour l'évolution du nombre de Nusselt à l'aide d'une corrélation adaptée.

## 1. INTRODUCTION

LA PRÉSENTE étude traite de l'écoulement en conduite cylindrique d'un produit non newtonien, fortement visqueux, modèle de ceux rencontrés couramment dans l'industrie agroalimentaire.

Actuellement, les échangeurs de chaleur utilisés dans ce secteur industriel pour la fabrication des produits ou toute transformation nécessaire à leur qualité, sont souvent mal adaptés. Leur dimensionnement se fait à partir de corrélations ne tenant souvent que très peu compte des variations de viscosité du fluide, en fonction de la température et du taux de cisaillement, ou des mécanismes de transfert de chaleur.

L'étude des propriétés diffusionnelles des fluides alimentaires entre dans le cadre plus général de celle de l'établissement du régime thermique pour un écoulement laminaire d'un fluide pseudo-plastique, avec caractérisation des interactions des champs dynamique et thermique.

Jusqu'à présent, l'effort a essentiellement porté sur la caractérisation macroscopique du transfert de chaleur, sous la forme de corrélations donnant le nombre de Nusselt en fonction d'une distance adimensionnelle  $X^+$ , ou du nombre de Graetz qui lui est inversement proportionnel.

Nous citerons quelquesunes de ces lois de transfert en régime laminaire, dues à Mizushima *et al.* [1], Bassett et Welty [2], Joshi et Bergles [3].

Les expériences qui ont conduit à établir ou à vérifier ces lois se sont très souvent limitées à des valeurs de  $X^+$  supérieures à  $10^{-4}$ ; cela correspond à de faibles nombres de Reynolds, dans la zone d'établissement du régime thermique.

L'expérimentation que nous avons mise en oeuvre permet d'une part d'atteindre une gamme de nombre de Reynolds étendue et peu explorée jusqu'à présent (*Re*

variant de 4 à 100), d'autre part d'imposer des gradients thermiques élevés dans le fluide (jusqu'à  $35^\circ\text{C}/\text{cm}$ ). La conception de l'installation et l'instrumentation développée sont telles qu'on peut déterminer la déformation des profils de vitesse axiale sous l'effet du champ thermique imposé.

Les valeurs locales de température—en paroi comme au sein de l'écoulement—sont également accessibles à la mesure. Il est ainsi possible de déterminer les valeurs locales du coefficient d'échange thermique et des nombres de Nusselt en fonction des paramètres adimensionnels usuels. Nous proposons une corrélation qui prend en compte l'importance de la densité de flux de chaleur ainsi que les variations des propriétés du fluide liées à celles de la température.

## 2. INSTALLATION EXPERIMENTALE ET MÉTHODES DE MESURES

### 2.1. Dispositif expérimental

Il s'agit d'une boucle comprenant essentiellement une veine d'expérimentation suivie d'un circuit retour adapté. La Fig. 1 schématisé cette boucle.

La circulation du produit est assurée par un groupe motopompe à vitesse variable; la pompe a été choisie de type volumétrique, à rotor hélicoïdal excentré, pour limiter la dégradation éventuelle du fluide et imposer un débit régulier.

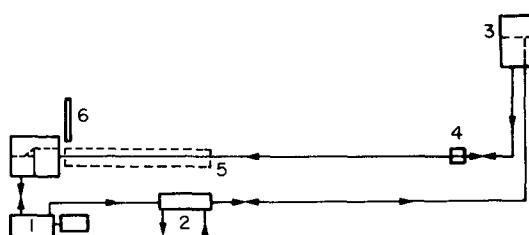


FIG. 1. Schéma de la boucle expérimentale. 1: Groupe motopompe; 2: échangeur de chaleur; 3: bac amont; 4: débitmètre électromagnétique; 5: début de zone chauffante; 6: laser.

\* Ingénieur au Centre de Recherches de Pont-à-Mousson.

† Assistant à l'Université de Nancy I.

‡ Professeur à l'Université de Nancy I.

## NOMENCLATURE

|          |   |       |   |
|----------|---|-------|---|
| $a, b$   | coefficients intervenant dans la loi de variation de $K$ avec la température              | $u$   | vitesse axiale [m/s]  |
|          | $k = a e^{-bT}$   | $u'$  | fluctuation de vitesse [m/s]  |
| $a', b'$ | coefficients intervenant dans la loi de variation de $n$ avec la température              | $u_d$ | vitesse débitante [m/s]   |
|          | $n = a' e^{b'T}$  | $v$   | vitesse radiale [m/s]   |
| $c_p$    | chaleur spécifique [J/kg°C], supposée constante et égale à celle du solvant (4185 J/kg°C) | $X^+$ | $= 2 \frac{z/D}{Re \cdot Pr} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda z}{M \cdot C_p}$ |
| $D$      | diamètre de la conduite d'expérience [m]  | $z$   | distance à l'entrée de la zone chauffante [m].                                    |
| $G_z$    | $= (\pi/2) \cdot X^+$ ; nombre de Graetz  |       |   |
| $K$      | indice de consistance ( $Pa \cdot s^n$ )  |       |   |
| $L$      | longueur de la zone chauffante [m]  |       |   |
| $M$      | débit massique [kg/s]   |       |   |
| $n$      | exposant de la loi de comportement  |       |   |
|          | $\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n$   |       |   |
| $Pr$     | $= C_p \cdot [u_d/D]^{n-1} \cdot K/\lambda$ ; nombre de Prandtl généralisé                |       |   |
| $Q$      | débit volumique [ $m^3/s$ ]   |       |   |
| $R$      | rayon de la conduite d'expérience [m]   |       |   |
| $r$      | rayon [m]   |       |   |
| $Re$     | $= \rho \cdot u_d^2 \cdot D^n / K$ ; nombre de Reynolds généralisé                        |       |   |
| $T$      | température [°C]  |       |   |
| $T_e$    | température d'entrée [°C]   |       |   |
| $T_m$    | température de mélange [°C]   |       |   |
| $T_p$    | température de paroi [°C]   |       |   |

## Symboles grecs

|                |  |
|----------------|--|
| $\dot{\gamma}$ | gradient de vitesse [ $s^{-1}$ ]   |
| $\Delta_{th}$  | épaisseur de la couche limite thermique définie par $(T(r) - T_p)/(T(r=0) - T_p) = 99\%$ |
| $\lambda$      | conductibilité thermique; on considérera celle du solvant [W/m°C]                        |
| $\rho$         | masse volumique supposée constante et égale à $1010 \text{ kg/m}^3$ [ $\text{kg/m}^3$ ]  |
| $\tau$         | contrainte de cisaillement [Pa]  |
| $\tau_f$       | taux de fluctuation de vitesse $\sqrt{\bar{u}^2}/\bar{u}$                                |
| $\varphi$      | densité de flux de chaleur [W/m <sup>2</sup> ].  |

## Indices inférieurs

|     |  |
|-----|--|
| $m$ | grandeur évaluée à la température de mélange |
| $p$ | grandeur évaluée à la température de paroi.  |

En sortie de la pompe, le fluide transverse un échangeur de chaleur performant, capable d'évacuer les puissances thermiques dissipées. Il est ainsi possible de maintenir constante, à  $0,2^\circ\text{C}$  près, la température d'entrée du fluide dans la veine d'expérience.

Cette veine est alimentée par un bac pressurisé (dit bac amont) dont la pression règle le débit du produit. Un débitmètre électromagnétique permet une mesure précise de la valeur de ce débit à l'entrée de la veine.

A 60 diamètres au minimum en aval de ce débitmètre (là où le régime dynamique est établi) débute la partie chauffante.

Elle est constituée d'une série de cylindres en cuivre (trois ou six) sur lesquels on a bobiné un fil coaxial chauffant. L'ensemble est efficacement isolé par une couche d'air et une enveloppe en polyméthacrylate de méthyle (elle-même calorifugée par un revêtement en mousse de polyuréthane). La mesure, par un wattmètre, de la puissance fournie par la résistance chauffante permet de calculer la densité de flux de chaleur à laquelle est soumis le fluide. Des thermocouples, placés régulièrement en paroi du tube de cuivre, sont connectés à une centrale de mesures thermiques qui peut ainsi enregistrer la température le long de la paroi chauffante.

D'autre part, on a disposé des cellules de mesure entre ces éléments chauffants ainsi qu'en fin de zone chauffée. Ces cellules comportent une fenêtre trans-

parente autorisant la mise en oeuvre de la vélocimétrie laser et une sonde à thermocouple pouvant se déplacer à l'intérieur du fluide, sur un même diamètre de la section considérée. La sonde à thermocouple, reliée à un thermomètre numérique, autorise le tracé d'un profil de température, simultanément à celui de vitesse.

Le tableau 1 indique les principales caractéristiques de l'installation et le domaine expérimental balayé.

L'installation a été testée et validée par circulation d'eau isotherme puis chauffée à densité de flux de chaleur constante; les lois classiques de transfert de chaleur ont été vérifiées à mieux que 10% près.

## 2.2. Moyens de mesure et fluide utilisé

Le fluide de travail est une solution à 3% en poids d'un éther cellulosique, le carboxyméthylcellulose (sel

Tableau 1. Conditions expérimentales

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| diamètre intérieur               | $D = 0,0304 \text{ m}$                  |
| longeur totale de la veine       | $150 \times D$                          |
| longueur chauffée                | $L = 36 \text{ ou } 72 \times D$        |
| nombre de prises de températures | 40 thermocouples NiCr-NiAl              |
| puissance dissipée               | 0-5,6 kW                                |
| débit                            | 0-4,6 $\text{m}^3/\text{h}$             |
| nombre de Reynolds généralisé    | 4-100                                   |
| nombre de Graetz                 | $4,5 \cdot 10^{-6}$ - $4 \cdot 10^{-3}$ |

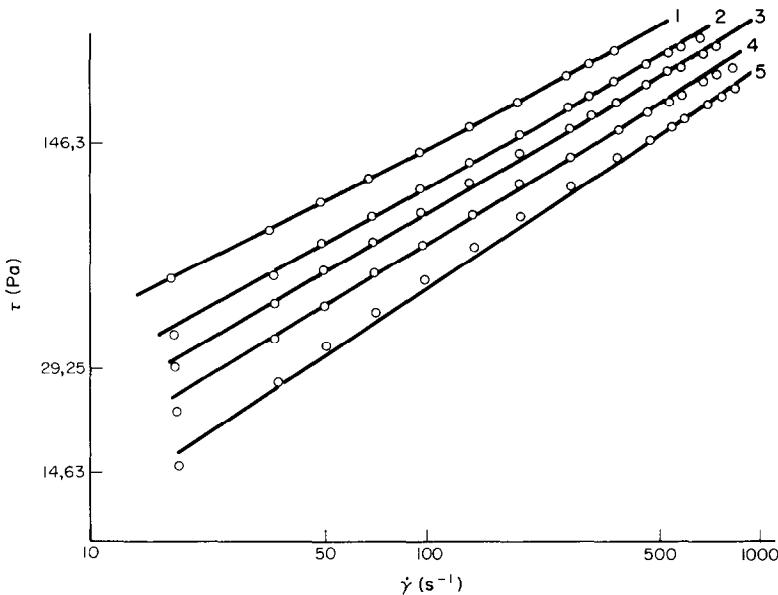


FIG. 2. Exemple de rhéogrammes pour le C.M.C. 3% pour différentes températures. 1: 11,4°C; 2: 18,7°C; 3: 24,7°C; 4: 33,5°C; 5: 41,4°C.

de sodium dit C.M.C.). Le solvant utilisé est l'eau déminéralisée additionnée d'un conservateur, l'azoture de sodium (100 ppm).

Ce fluide a été choisi car il présente les caractéristiques suivantes :

- non newtonien pseudo-plastique, fortement visqueux (viscosité apparente : 1-60 poises)
- transparent
- stable vis-à-vis des traitements thermomécaniques.

Cette stabilité a été vérifiée en effectuant la caractérisation rhéologique du C.M.C. avant et après chaque expérimentation, dans un viscosimètre à cylindres coaxiaux. Les rhéogrammes obtenus font apparaître une loi de comportement du fluide du type  $\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n$  (loi en puissance d'Ostwald), à condition de se maintenir dans un domaine limité de gradients de vitesse—Fig. 2. Dans notre écoulement en conduite, le gradient de vitesse varie de 0 à  $300 \text{ s}^{-1}$  environ, ce qui nous autorise à considérer  $K$  et  $n$  comme des grandeurs constantes, caractéristiques du comportement du C.M.C., pour une température fixée.

Les essais rhéologiques à différentes températures ont conduit à adopter les lois usuelles de variation de  $K$

Tableau 2. Constantes rhéologiques des diverses solutions de C.M.C. (~ 3%) utilisées (dans la plage de température 10–50°C).

| <i>a</i> | <i>b</i> | <i>a'</i> | <i>b'</i> |
|----------|----------|-----------|-----------|
| 3,39     | 0,0539   | 0,712     | 0,00503   |
| 3,32     | 0,0542   | 0,700     | 0,00542   |
| 3,49     | 0,0609   | 0,639     | 0,00690   |
| 4,39     | 0,0682   | 0,667     | 0,00752   |
| 4,15     | 0,0624   | 0,675     | 0,00637   |
| 3,34     | 0,0309   | 0,669     | 0,00206   |

et  $n$  avec la température :  $K = a e^{-bT}$  et  $n = a' e^{b'T}$  (tableau 2).

On remarquera la faible dépendance de  $n$  vis-à-vis de la température, à l'opposé de ce qu'on observe pour  $K$ .

Nous avons mentionné le caractère transparent du produit. Cette propriété est indispensable pour l'utilisation de la vélocimétrie laser. La structure moléculaire en chaîne longue du C.M.C. nous a conduit à vérifier la faisabilité de la mesure de vitesse par une telle méthode. Dans une expérience annexe, nous avons étudié le mouvement en bloc d'un échantillon de C.M.C. placé dans un cylindre vertical, transparent, en rotation uniforme autour de son axe. La vitesse tangentielle a été mesurée et comparée à la valeur imposée, parfaitement connue. Les résultats montrent l'absence de glissement des traceurs et nous permettent d'étalonner de façon rigoureuse la chaîne laser.

### 3. RESULTATS—DISCUSSION

#### 3.1. Profils de vitesse et de température

3.1.1. Vitesse. Les profils de vitesse axiale sont tracés principalement à l'entrée et à la sortie de la zone chauffée. La mesure se fait par vélocimétrie laser, en 24 points répartis sur un même diamètre horizontal d'une section de l'écoulement. On relève non seulement la vitesse mais aussi le taux de fluctuation de cette grandeur.

Pour permettre une comparaison significative entre différents profils, les courbes de vitesse ont été normalisées par utilisation de la grandeur réduite  $u/u_d$  (voir Figs. 3 et 4).

A l'entrée de la zone chauffante, le tracé du profil nous montre que le régime laminaire est effectivement établi.

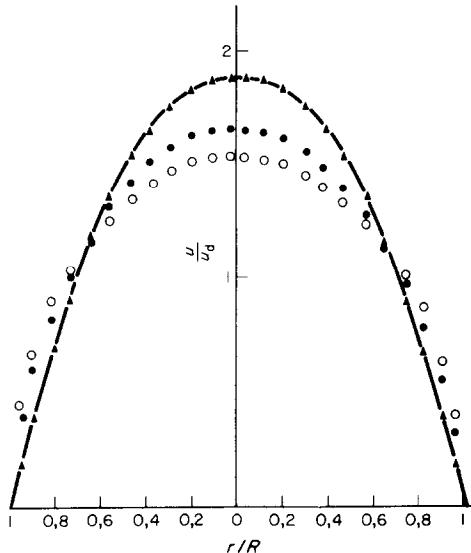


FIG. 3. Profils réduits de vitesse. — Courbe théorique isotherme pour  $n = 0,7$ :  $u/u_d = (3n+1/n+1)[1-(r/R)^{n+1}]$ . ▲ points expérimentaux relevés pour  $Re = 83$ ; ● points expérimentaux pour  $z/D \sim 71$ ,  $Re = 83$  et  $\varphi = 14890 \text{ W/m}^2$ ; ○ points expérimentaux pour  $z/D \sim 71$ ,  $Re = 103$  et  $\varphi = 26896 \text{ W/m}^2$ .

En effet, nous retrouvons la loi classique :

$$\frac{u}{u_d} = \frac{3n+1}{n+1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right].$$

L'écart entre cette loi et nos expériences ne dépasse pas 2% et peut s'expliquer par une imprécision sur la détermination de  $n$ , dans les zones de faible cisaillement.

De même, les valeurs du taux de fluctuation, inférieures à 0,5% sur environ 65% de la section, confirment que le régime est purement laminaire.

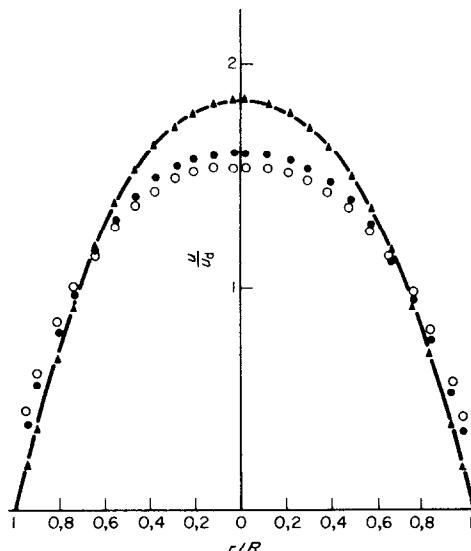


FIG. 4. Profils réduits de vitesse. — Courbe théorique isotherme pour  $n = 0,8$ ; ▲ points expérimentaux relevés pour  $Re = 37,7$ ; ● points expérimentaux pour  $z/D \sim 35,5$ ,  $Re = 37,7$  et  $\varphi = 17573 \text{ W/m}^2$ ; ○ points expérimentaux pour  $z/D \sim 35,5$ ,  $Re = 11,7$  et  $\varphi = 17213 \text{ W/m}^2$ .

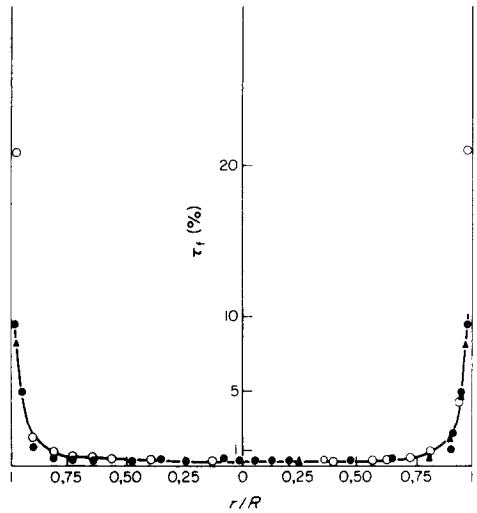


FIG. 5. Taux de fluctuations de vitesse dans la section à  $z/D \sim 71$ . ●  $Re = 69$  et  $\varphi = 29690 \text{ W/m}^2$ ; ▲  $Re = 83$  et  $\varphi = 14890 \text{ W/m}^2$ ; ○  $Re = 103$  et  $\varphi = 26896 \text{ W/m}^2$ ; — laminaire isotherme.

*En revanche, à la sortie de la zone chauffante, le profil de vitesse réduite est fortement déformé par rapport au précédent. Nous notons une augmentation sensible de la vitesse dans la zone pariétale, là où le gradient thermique important induit de fortes variations de viscosité apparente. La vitesse dans la zone centrale diminue; nous avons donc apparition d'une vitesse radiale, traduisant un transfert de masse du cœur de l'écoulement vers la périphérie (voir Figs. 3 et 4).*

Les valeurs du taux de fluctuation mesurées, comparées à celles du régime laminaire isotherme, montrent que même dans la région de fort gradient thermique, le régime turbulent n'est pas atteint et qu'aucune instabilité n'apparaît (Fig. 5).

**3.1.2. Température.** Nous présentons également sur la Fig. 6, pour cinq de nos expériences, les profils de température dans la section de sortie. Ces expériences étant réalisées à densité de flux de chaleur constante, nous avons introduit la température réduite

$$\theta = \frac{T - T_e}{\left( \frac{\varphi \cdot R}{\lambda} \right)}.$$

Nous constatons que l'épaisseur  $\Delta_{th}$  de la couche limite thermique est, pour nos manipulations, faible par rapport au rayon de la conduite; elle dépend des conditions dynamiques (nombre de Reynolds), thermiques (température d'entrée, densité de puissance) et naturellement du paramètre de position longitudinale  $z$ .

La précision sur le relevé de ces profils est moins bonne que celle obtenue pour la vitesse. En effet, la résolution spatiale de la sonde à thermocouple est d'environ 0,5 mm; ceci n'est pas négligeable puisque la zone de variation de température est très localisée. De plus, l'erreur absolue sur la mesure, due à l'appareil, est

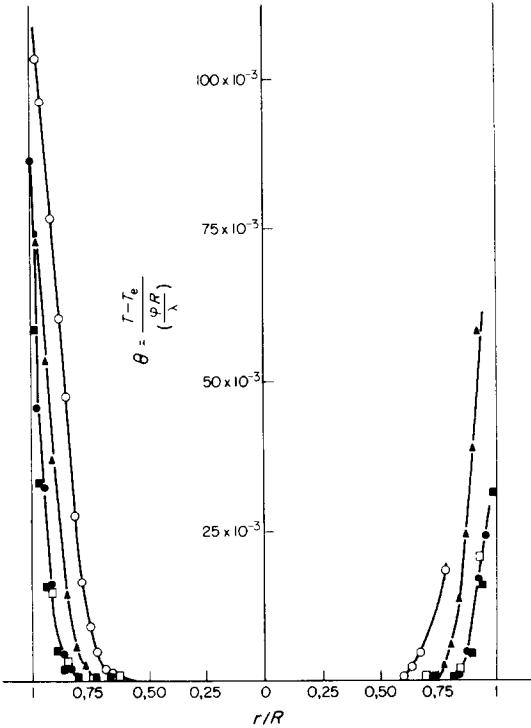


FIG. 6. Profils réduits de température dans la section à  $z/D \sim 35,5$ : ●  $Re = 37,7$ ; ▲  $Re = 11,7$ ; ○  $Re = 4,7$ . A  $z/D \sim 71$ ; □  $Re = 83$ ; ■  $Re = 103$ .

de  $0,1^\circ\text{C}$ . Nous avons cependant une bonne idée de la répartition de température dans la section étudiée.

**3.1.3. Interaction des champs thermique et dynamique.** Les résultats expérimentaux précédents permettent d'évaluer l'incidence du champ de température sur la distribution des vitesses. Connaissant les variations de  $K$  et  $n$  avec la température, fournies par l'étude rhéologique, on peut ainsi tester la validité de la formule proposée par Mahalingam *et al.* [7]:

$$\frac{u}{u_d} = \frac{\int_x^1 x^{1/n} \cdot e^{bT/n} \cdot dx}{\int_0^1 X \left( \int_x^1 x^{1/n} \cdot e^{bT/n} \cdot dx \right) dX}.$$

Ce résultat s'obtient moyennant les hypothèses suivantes: régime dynamique localement établi ( $\partial u / \partial z = 0$ ;  $v = 0$ ), variation exponentielle de  $K$  avec la température,  $(-dP/dz)^{1/n}$  constant dans une section. On peut alors calculer point par point le rapport  $u/u_d$ ; on obtient la courbe A, Fig. 7.

En réalité, puisque  $n$  varie dans la section,  $(-dP/dz)^{1/n}$  varie aussi et doit donc apparaître dans l'expression de  $u/u_d$ . Dans le cas de nos expériences, nous pouvons déterminer quantitativement ce gradient axial de pression par  $dP/dz = 2 \cdot \tau_p/R$ , soit

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{2}{R} \cdot K_p \left[ \left( -\frac{\partial u}{\partial r} \right)_p \right]^{n_p}$$

nous obtenons ainsi numériquement  $(-dP/dz)^{1/n}$ .

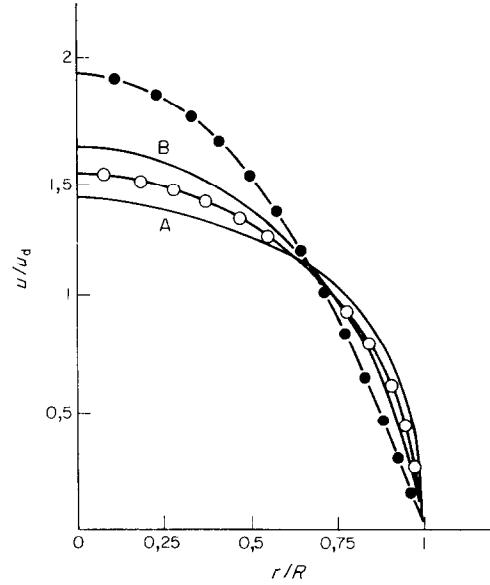


FIG. 7. Incidence des champs thermique et dynamique; comparaison théorie et expérience. ● Profil isotherme d'entrée; ○ profil de sortie à  $z/D \sim 35,5$  pour  $Re = 11,7$  et  $\varphi = 17184 \text{ W/m}^2$ ; — courbes calculées.

Le rapport  $u/u_d$  se trouve modifié de la façon suivante:

$$\frac{u}{u_d} = \frac{\int_x^1 \left[ \frac{-dP/dz}{2a} \right]^{1/n} \cdot x^{1/n} \cdot e^{bT/n} \cdot dx}{\int_0^1 X \left\{ \int_x^1 \left[ \frac{-dP/dz}{2a} \right]^{1/n} \cdot x^{1/n} \cdot e^{bT/n} \cdot dx \right\} dX}.$$

Ce résultat est présenté sur la courbe B, Fig. 7.

Nous remarquons que les courbes  $u/u_d$  calculées donnent bien l'allure de la courbe expérimentale; toutefois, il paraît souhaitable de rechercher une meilleure approche théorique moins simplifiée des phénomènes observés expérimentalement.

### 3.2. Coefficient de transfert thermique dans la zone d'entrée

Le nombre de Nusselt caractérisant le transfert thermique est défini par la formule usuelle:

$$Nu(z) = \frac{\varphi}{T_p(z) - T_m(z)} \cdot \frac{D}{\lambda_m(z)}$$

où  $\varphi \rightarrow T_m$  est la température de mélange dans la section considérée, déterminée par bilan thermique;  $\lambda_m$  est la conductibilité thermique pour une température égale à la température de mélange.

La Fig. 8 fournit l'évolution du nombre de Nusselt et de la température de paroi en fonction du seul paramètre de position axiale, pour une densité de flux de chaleur et un nombre de Reynolds donnés. On remarque que, en fin de zone chauffée, la température de paroi commence à suivre une évolution linéaire; le nombre de Nusselt varie plus faiblement mais le régime thermique n'est pas encore établi.

Les corrélations proposées donnent généralement

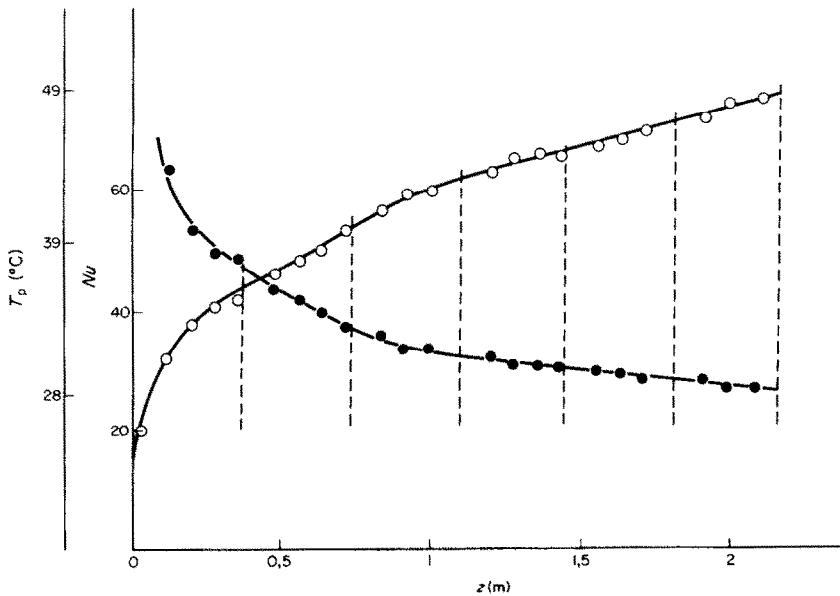


FIG. 8. Evolution du nombre de Nusselt (●) et de la température de paroi (○) pour  $Re = 83$  et  $\varphi = 14890 \text{ W/m}^2$ .

le nombre de Nusselt en fonction du paramètre adimensionnel :

$$X^+ = 2 \frac{\frac{z}{D}}{Re_m \cdot Pr_m} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda_m z}{MCP_m}$$

ou du nombre de Graetz  $Gz = \pi/2X^+$ .

Pour un fluide newtonien :  $Nu(z) = 1,41 \cdot (Gz)^{1/3}$ .

Pour un fluide non newtonien, on introduit habituellement les termes correctifs suivants :

$$\Delta^{1/3} = \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^{1/3} \text{ lié à ce caractère non newtonien,}$$

$K_m/K_p$ , lié au gradient de température dans une section donnée.

Nous rappelons les expressions données par :

— Mizushina *et al.* [1] :

$$Nu = 1,41 \cdot \Delta^{1/3} \cdot \left( \frac{K_m}{K_p} \right)^{(0,1/n^{0,7})} \cdot \left( \frac{\pi}{2X^+} \right)^{1/3}$$

— Bassett et Welty [2] :

$$Nu = 1,85 \cdot \left( \frac{\pi}{2X^+} \right)^{\left( \frac{1}{3} - \frac{0,03}{(\Delta_p n)} \right)}$$

— Joshi et Bergles [3] :

$$Nu = 4,36 \cdot [1 + 0,376(X^+)^{-0,33}]^{1/6} \cdot \Delta^{1/3} \cdot \frac{Nu_{vp,n}}{Nu_{cp,n}}$$

où

$$\frac{Nu_{vp,n}}{Nu_{cp,n}} = \frac{1 + (0,1232 - 0,0542n)(b\varphi D/2\lambda) - (0,0101 - 0,0068n)(b\varphi D/2\lambda)^2}{1 + \left( \frac{1 + (0,1232 - 0,0542n)(b\varphi D/2\lambda) - (0,0101 - 0,0068n)(b\varphi D/2\lambda)^2}{\left[ \frac{K_m}{K_p} \right]^{(0,58 - 0,44n)}} \right)^{30}}^{1/30}$$

Ces expressions vont être comparées avec nos résultats expérimentaux qui portent sur environ 200 points.

#### 4. DISCUSSION

Deux zones distinctes sont à considérer pour  $X^+$  (voir Fig. 9). Pour  $X^+ \text{ variant de } 4 \cdot 10^{-4} \text{ à } 4 \cdot 10^{-3}$ , l'accord avec la première des corrélations est vérifiée à mieux que 10% près pour 90% des points situés dans cette zone. Ces résultats sont en outre confirmés par ceux présentés par Joshi et Bergles [3] pour le domaine :  $10^{-3} < X^+ < 10^{-1}$ .

En revanche, pour  $X^+ \text{ inférieur à } 4 \cdot 10^{-4}$ , nos points expérimentaux sont beaucoup plus 'dispersés'. 50% des points seulement sont à moins de  $\pm 10\%$  de la corrélation de Mizushima *et al.*. L'ensemble de nos points se situent dans une bande de  $\pm 20\%$  autour de cette corrélation.

A ce niveau, nous pouvons attribuer cette dispersion à l'existence de gradients thermiques élevés :  $\lambda_m$ , intervenant dans le calcul du nombre de Nusselt, n'est probablement plus significatif du transfert de chaleur.

En utilisant la corrélation de Bassett et Welty, nous avons également remarqué deux zones pour  $X^+$  mais globalement, nos valeurs expérimentales sont supérieures aux valeurs calculées. Nous proposons donc

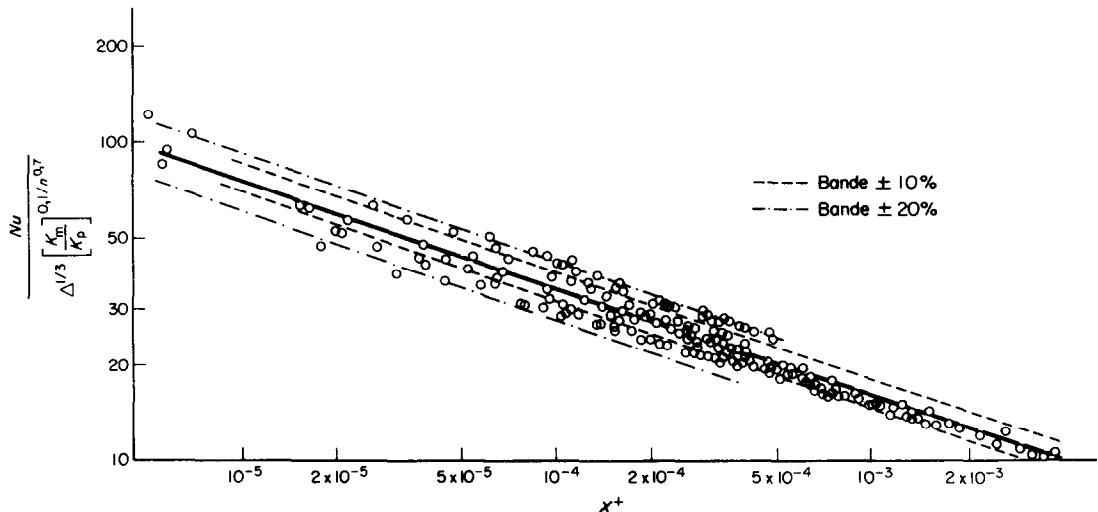


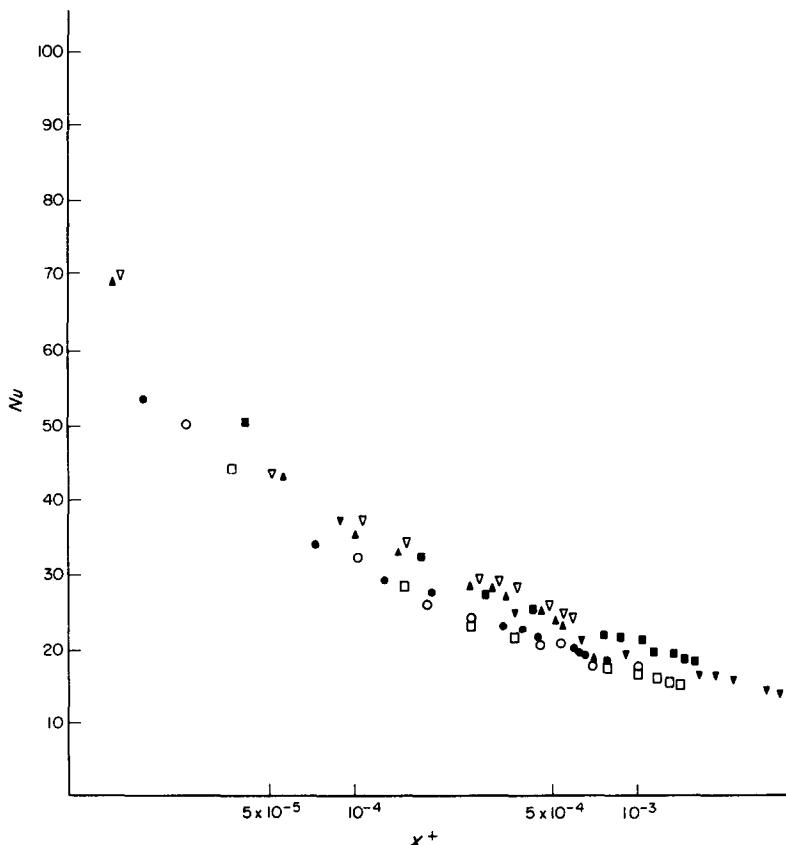
FIG. 9. Comparaison entre les résultats proposés (○) et la corrélation de Mizushima (—).

une augmentation d'environ 17% du coefficient 1,85 intervenant dans la formule donnée par la référence [2].

Il nous est apparu difficile d'effectuer une comparaison entre nos résultats et la corrélation de Joshi et Bergles. En effet, dans cette dernière apparaît le paramètre  $b\varphi D/2\lambda$  qui, pour certaines de nos

expériences, atteint des valeurs telles que la corrélation proposée perd toute signification numérique. Le choix de ce paramètre de densité de flux nous paraît néanmoins adéquat et nous l'utiliserons dans la corrélation que nous établirons.

Nos résultats expérimentaux montrent que, pour une valeur fixée de  $X^+$  ( $X^+ < 4 \cdot 10^{-4}$ ), le nombre de

FIG. 10. Tracé du nombre de Nusselt pour plusieurs expériences (coordonnées semi-logarithmiques).  $\varphi = 4300 \text{ W/m}^2$ ,  $Re = 22,4$  (●);  $16,2$  (○);  $10,5$  (□).  $\varphi = 11800 \text{ W/m}^2$ ,  $Re = 41$  (▲);  $4,6$  (▽).  $\varphi = 17500 \text{ W/m}^2$ ,  $Re = 37,7$  (▽);  $11,6$  (■).

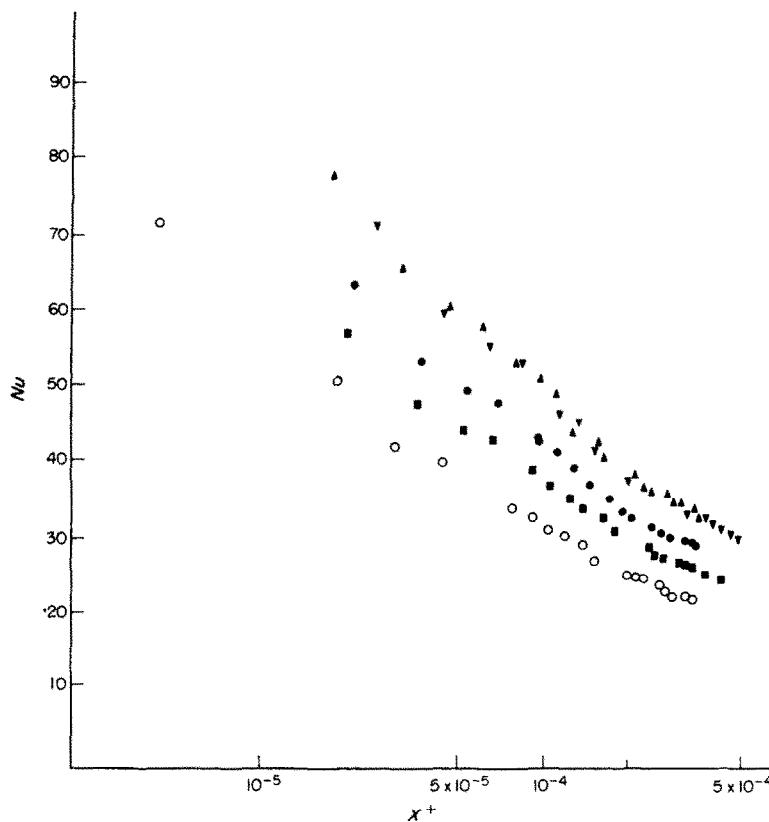


FIG. 11. Tracé du nombre de Nusselt pour plusieurs expériences (coordonnées semi-logarithmiques).  $\varphi = 4300 \text{ W/m}^2$ ,  $Re = 103$  ( $\circ$ ).  $\varphi = 8800 \text{ W/m}^2$ ,  $Re = 80$  ( $\blacksquare$ ).  $\varphi = 14900 \text{ W/m}^2$ ,  $Re = 83$  ( $\bullet$ ).  $\varphi = 26700 \text{ W/m}^2$ ,  $Re = 103$  ( $\blacktriangle$ ;  $\nabla$ ).

Nusselt peut prendre des valeurs très différentes selon les conditions expérimentales (voir Figs. 10 et 11). Il apparaît donc que les facteurs correctifs en  $\Delta^{1/3}$  et  $[K_m/K_p]^{(0,1/n-7)}$  ne sont plus suffisants pour obtenir une relation entre  $Nu$  et  $x^+$ .

L'observation des courbes montre que les points expérimentaux se groupent par famille, chacune correspondant apparemment à une densité de flux de

chaleur donnée. Nous sommes ainsi conduits à introduire une grandeur adimensionnelle supplémentaire liant la densité de flux de chaleur et les variations des propriétés du fluide avec la température. Il semble naturel de choisir le groupement utilisé par Joshi et Bergles:  $b\varphi D/2\lambda$ , où  $b$  traduit les variations de consistance du fluide avec la température.

Pour chacune des valeurs de  $b\varphi D/2\lambda$ , nous obtenons

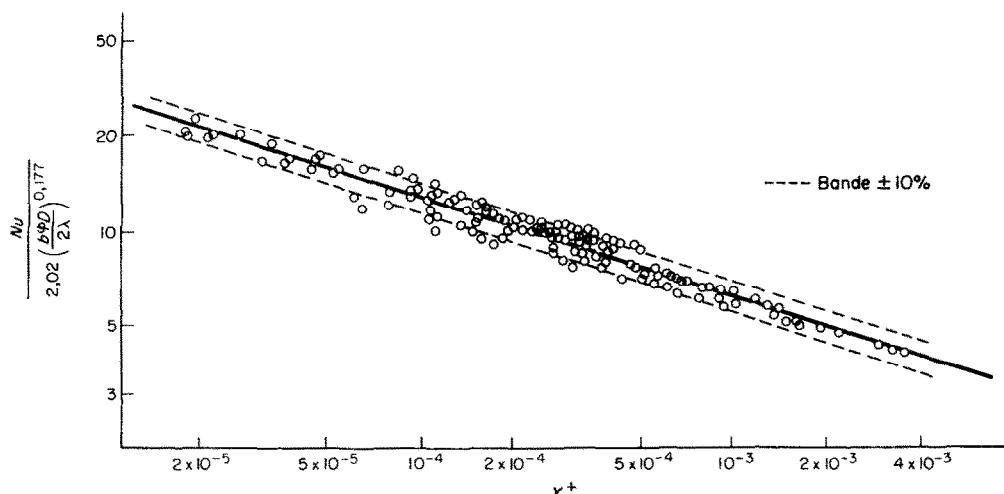


FIG. 12. Comparaison entre les résultats et la corrélation proposée (—).

une bonne détermination du nombre de Nusselt sous la forme :

$$Nu = A \cdot [X^+]^B$$

—A est une fonction de  $b\varphi D/2\lambda$  approchée par  $A = \beta \cdot [b\varphi D/2\lambda]^{0.177}$ , où  $\beta$  est une constante (expérimentalement  $\beta = 2,02$ ).

—B varie légèrement d'une expérience à l'autre mais il semble délicat de corréliser ces variations avec des caractéristiques du fluide.

Nous proposons la loi suivante :

$$Nu = 1,369 [b\varphi D/2\lambda_m]^{0.177} \cdot [X^+]^{-0.319}$$

qui se trouve vérifiée à mieux que 10%, pour 90% de nos points expérimentaux (voir figure 12), et comme il a été indiqué précédemment la dispersion est notablement réduite dès que  $X^+ > 5 \cdot 10^{-4}$ .

## 5. CONCLUSION

Cette étude, expérimentale, nous a permis d'effectuer des mesures locales simultanées de vitesse et de température dans un écoulement de fluide pseudo-plastique en régime laminaire. Les résultats obtenus montrent l'incidence considérable du gradient thermique dans une section, sur la distribution des vitesses. Le produit se fluidifie au voisinage de la paroi, comme le laissait prévoir la forte décroissance de la viscosité apparente avec la température.

Pour un nombre de Reynolds incident, inférieur ou de l'ordre de 100, aucune valeur du taux de fluctuation de vitesse n'indique l'apparition de turbulence près de la paroi, susceptible de modifier les mécanismes de transfert de chaleur.

Nous proposons une corrélation du nombre de Nusselt qui donne des résultats satisfaisants sur un large domaine de variation de la grandeur  $X^+$ : ( $4 \cdot 10^{-6}, 4 \cdot 10^{-3}$ ). Elle fait intervenir un groupement adimensionnel supplémentaire par rapport aux lois usuelles, où sont prises en compte la densité de flux de chaleur et les variations radiales des propriétés physiques avec la température :  $b\varphi D/2\lambda$ .

*Avertissement*—Ces travaux sont menés dans le cadre du Contrat de Programme Rhéologie du Ministère de l'Industrie et de la Recherche et avec la participation du Centre de Recherches de Pont-à-Mousson.

## BIBLIOGRAPHIE

1. T. Mizushina, R. Ito, Y. Kuriwake and K. Yakikazawa, Boundary layer heat transfer in a circular tube to newtonian and non-newtonian fluids, *Kagaku Kogaku* **31**, 250–255 (1967).
2. C. E. Bassett and J. R. Welty, Non-newtonian heat transfer in the thermal entrance region of uniformly heated horizontal pipes, *AIChE Jl* **21**(4), 691–706 (1975).
3. S. D. Joshi and A. E. Bergles, Experimental study of laminar heat transfer in tube flow of non-newtonian fluids, *J. Heat Transfer* **102**, 397–401 (1980).
4. R. Mahalingam, L. O. Tilton and J. M. Coulson, Heat transfer in laminar flow of non-newtonian fluids, *Chem. Engng Sc.* **30**, 921–929 (1975).

## LAMINAR FLOW AND HEAT TRANSFER FOR A PSEUDOPLASTIC FLUID IN THE THERMAL ENTRY REGION OF A TUBE

**Abstract**—The influence on the velocity profile, of a thermal field imposed to a laminar flow pipe of a pseudoplastic fluid, has been studied. The importance of temperature dependent rheological properties has been accounted, either for numerical approach of the velocity profile, or for the determination of a more general correlation between the Nusselt number and adequate dimensionless parameters.

## LAMINARE STRÖMUNG UND WÄRMEÜBERGANG IN EINEM PSEUDOPLASTISCHEN FLUID IM THERMISCHEN ANLAUFGEBIET EINES ROHRES

**Zusammenfassung**—Untersucht wird der Einfluß eines Temperaturfeldes auf das Geschwindigkeitsprofil eines laminar in einem Rohr strömenden pseudoplastischen Fluides. Der Wichtigkeit von temperaturabhängigen rheologischen Stoffdaten wurde Rechnung getragen, einerseits bei der numerischen Berechnung des Geschwindigkeitsprofiles, andererseits bei der Bildung einer allgemeineren Korrelation zwischen der Nusselt-Zahl und den entsprechenden dimensionslosen Parametern.

## ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН ПСЕВДОПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТИ НА ТЕРМИЧЕСКОМ НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ТРУБЫ

**Аннотация**—Изучено влияние теплового поля на профиль скорости при ламинарном течении псевдопластичной жидкости в трубе. Учитывалась зависимость реологических свойств от температуры как в численных расчетах профилей скорости, так и для определения зависимости числа Нуссельта от соответствующих безразмерных параметров.